ĐOÀN QUỲNH (Chủ biên)
KHU QUỐC ANH
NGUYỄN ANH KIỆT
TẠ MÂN
NGUYỄN DOÃN TUẤN

GIÁO TRÌNH

ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH VÀ HÌNH HỌC GIẢI TÍCH

ĐHQG Hà Nội
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

ĐOÀN QUỲNH (chủ biên)
KHU QUỐC ANH – NGUYỄN ANH KIỆT
TẠ MÂN – NGUYỄN DOÃN TUẤN

GIÁO TRÌNH
ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH VÀ HÌNH HỌC GIẢI TÍCH

(In lần thứ 4)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Giao trình ***Toan đai cương nhóm ngành I*** *được biên soan theo chương trình của Đai học Quốc gia Hà Nội gồm 2 phần Phần I giơi thiêu ở sach này trình bay vê Đai số tuyến tính và Hình giải tích Phần II về Giai tích có hai tap được biên soan tương đối độc lập bởi một nhom tac giá khac*

Sach trình bay đay đủ rõ rang từng phần của chương trình Cuối mỗi chương, có nhiêu bai tập

Có những phan của chương trình chỉ có tính chất giơi thiêu, có phần trình bay vấn đe kha chi tiết để sinh viên có thể tư đọc Trong phần giơi thiêu trương số thực coi là trương sắp thư tư đầy chứa trương số hữu tỷ sách trình bay cách xây dựng số thực bằng 'nhát cắt Dedekind và còn nói sơ lược về số thập phân vô han Trong phần giơi thiêu ma trận lũy linh và dang chuân tắc Jordan, cach trình bay của sách mang tính chất hình học

Cac chương 1, chương 2 phần A, B, C. chương 2 phần D, E và chương 3 theo thứ tư được các Phó Tiến sĩ Nguyễn Doãn Tuấn, Khu Quốc Anh. Ta Mân và Nguyễn Anh Kiệt biên soan

Chúng tôi nghĩ sách này giúp ích cả cho sinh viên, giảng viên các ngành khoa học, kĩ thuật các trường đai học, cao đẳng

Chúng tôi xin cam ơn các vị tham gia hội đồng thẩm định GS TS Nguyễn Văn Mậu, PGS Văn Như Cương, PGS PTS Trần Trọng Huệ, PGS PTS Nguyễn Đình Sang đã cho chúng tôi nhiều ý kiến quí hau Chúng tôi mong nhận được nhiêu ý kiên phê bình, góp ý từ ban đọc

Hà Nội, tháng 6 năm 1997

Nhom biên soan và chủ biên

LỜI NÓI ĐẦU
(Cho lần tái bản thứ nhất)

Cuốn ***Giáo trình Đại số tuyến tính và Hình học giải tích*** *được xuất bản lần đầu trong khuôn khổ* ***Giáo trình Toán đại cương*** *dùng cho nhóm ngành I, dành cho sinh viên Toán – Lý của Trường đại học Sư phạm và làm tài liệu tham khảo cho sinh viên Trường đại học Khoa học Tự nhiên và sinh viên các trường đại học kĩ thuật.*

Cuốn sách gồm ba chương. Chương đầu giới thiệu sơ lược về lý thuyết tập hợp và ánh xạ, số thực và số phức. Chương hai giới thiệu những đối tượng nghiên cứu cơ bản của môn Đại số tuyến tính như không gian vectơ, ánh xạ tuyến tính và ma trận, định thức và hệ phương trình tuyến tính, cấu trúc của tự đồng cấu và không gian vectơ Euclid. Chương ba giới thiệu những kiến thức cơ bản về hình học giải tích như không gian Euclid E^3 *và mặt bậc hai trong không gian Euclid* E^3*. Sau mỗi phần có bài tập chọn lọc để sinh viên kiểm tra việc nắm vững lý thuyết và khả năng vận dụng của mình.*

Trong lần tái bản này, chúng tôi giữ nguyên các chương mục, sửa lại những khiếm khuyết trong lần xuất bản trước. Mặc dù vậy, cuốn sách khó tránh khỏi thiếu sót, rất mong sự góp ý phê bình của bạn đọc.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn Ban biên tập Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội đã tạo điều kiện thuận lợi để cuốn sách được tái bản và sớm đến tay bạn đọc.

Hà Nội, tháng 10 năm 2004
Các tác giả

CHƯƠNG I

MỞ ĐẦU LÝ THUYẾT TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ SỐ THỰC VÀ SỐ PHỨC

A. TẬP HỢP. QUAN HỆ. ÁNH XẠ

§1. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

1. Tập hợp

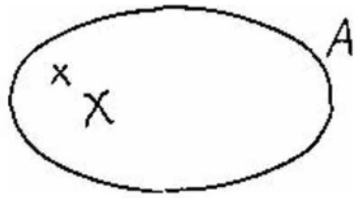
Trong giáo trình này ta xem tập hợp là một khái niệm cơ bản không được định nghĩa mà được hiểu một cách trực giác như là một sự tụ tập những vật hay những đối tượng có thể liệt kê ra được hoặc có cùng một tính chất chung nào đó.

Các đối tượng lập nên một tập hợp được gọi là các phần tử của tập hợp ấy hay thuộc tập hợp ấy. Ta cũng nói tắt "tập hợp" là "tập".

Một tập hợp thường được ký hiệu bởi các chữ in hoa **A, B, C, X, Y, Z**... Các phần tử của tập hợp thường được ký hiệu bởi những chữ in thường: a, b, c, x, y, z.

Nếu phần tử x thuộc tập **X**, ta viết $x \in X$. Nếu phần tử x không thuộc tập **X**, ta viết $x \notin X$ hay $x \overline{\in} X$.

Để có một hình ảnh trực quan về tập hợp, người ta thường biểu diễn một tập hợp bởi miền phẳng, giới hạn bởi một đường cong kín, không tự cắt. Hình biểu diễn đó được gọi là biểu đồ Ven (xem hình vẽ).



Nếu tập hợp $\mathbf{A}$ gồm các phần tử x, có tính chất $\mathbf{P}(x)$ ta ký hiệu $\mathbf{A} = \{x \mid \mathbf{P}(x)\}$

2 Tập con của một tập hợp

Cho tập hợp $\mathbf{X}$, tập $\mathbf{A}$ được gọi là tập con của $\mathbf{X}$, nếu mọi phần tử của $\mathbf{A}$ đều thuộc $\mathbf{X}$ Ta viết $\mathbf{A} \subset \mathbf{X}$

Hai tập hợp $\mathbf{X}$ và $\mathbf{Y}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng chứa các phần tử như nhau, ký hiệu $\mathbf{X} = \mathbf{Y}$ Vậy $\mathbf{X} = \mathbf{Y} \Leftrightarrow \mathbf{X} \subset \mathbf{Y}$ và $\mathbf{Y} \subset \mathbf{X}$

Một tập gọi là rỗng, nếu nó không chứa phần tử nào cả Tập rỗng được ký hiệu là $\varnothing$. Ta quy ước rằng tập $\varnothing$ là tập con của mọi tập hợp

Ví dụ

a) Gọi N là tập các số tự nhiên, $\mathbf{N} = \{0,1,2, \ldots, n, \ldots\}$, $\mathbf{N}^*$ là tập các số tự nhiên khác 0, $\mathbf{N}^* = \{1, 2, \ldots, n, \ldots\}$ Khi đó $\mathbf{N}^* \subset \mathbf{N}$

b) Gọi $\mathbf{Z}$ là tập các số nguyên, $\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ Khi đó $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$

3. Các phép toán về tập hợp

a) Cho hai tập hợp $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ Ta gọi hợp của hai tập hợp $\mathbf{A}$ và $\mathbf{B}$ là một tập hợp, ký hiệu $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$, gồm các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập $\mathbf{A}$ hoặc $\mathbf{B}$

Ta gọi giao của **A** và **B** là một tập hợp, ký hiệu là $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$, gồm các phần tử thuộc đồng thời cả **A** và **B**

Ta gọi hiệu của **A** và **B**, ký hiệu $\mathbf{A} \setminus \mathbf{B}$, là một tập hợp gồm các phần tử thuộc **A** nhưng không thuộc **B**

Như vậy
$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \mid x \in \mathbf{A} \text{ hoặc } x \in \mathbf{B}\}$$
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \mid x \in \mathbf{A} \text{ và } x \in \mathbf{B}\}$$
$$\mathbf{A} \setminus \mathbf{B} = \{x \mid x \in \mathbf{A} \text{ và } x \notin \mathbf{B}\}$$

Chú ý Nếu $\mathbf{A} \subset \mathbf{X}$, thì $\mathbf{X} \setminus \mathbf{A}$ được gọi là phần bù của A trong **X** và ký hiệu là $C_X A$

b) Các phép toán hợp và giao có thể suy rộng cho một số tùy ý những tập hợp như sau Nếu với mỗi phần tử i của tập hợp **I**, cho một tập hợp $\mathbf{A}_i$ (thường nói là cho họ tập hợp $\{\mathbf{A}_i\}_{i \in I}$) thì có thể xét

$$\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid x \in \mathbf{A}_i \text{ với một } i \text{ nào đó}\}$$

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid x \in \mathbf{A}_i \text{ với mọi } i \in \mathbf{I}\}$$

c) Đối với các phép toán tập hợp, ta có các tính chất sau đây

– Tính chất giao hoán
$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

– Tính chất kết hợp
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

– Tính chất phân phối
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- Công thức De Morgan

$$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$$

$$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$$

Công thức De Morgan vẫn đúng đối với họ tùy ý các tập hợp. Cụ thể là với A_i ($i \in I$) và X tùy ý, ta có

$$X \setminus \left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) = \bigcap_{i\in I} (X \setminus A_i)$$

$$X \setminus \left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \bigcup_{i\in I} (X \setminus A_i)$$

Phép chứng minh các tính chất trên không có gì khó và dành cho bạn đọc coi như một bài tập.

§2. Sơ lược về logic mệnh đề

1. Mệnh đề

Hiểu một cách đơn sơ, các câu phản ánh đúng hay sai thực tế khách quan được gọi là các mệnh đề.

Một mệnh đề toán học chỉ có hai giá trị đúng hoặc sai. Để chỉ các mệnh đề chưa xác định, ta dùng các chữ cái **p**, q, s, và gọi chúng là các biến mệnh đề. Ta quy ước viết p bằng 1 nếu p là mệnh đề đúng, p bằng 0 nếu p là mệnh đề sai. Các giá trị 0 và 1 được gọi là các giá trị chân lý của các mệnh đề.

2. Các phép toán logic

a) *Phép phủ định* : Phủ định của mệnh đề p, ký hiệu là $\bar{p}$, là một mệnh đề đúng khi p sai và sai khi p đúng. Hiển nhiên $\bar{\bar{p}} = p$

b) *Phép tuyển* : Tuyển của hai mệnh đề p, q (ký hiệu là $p \vee q$) là một mệnh đề sai khi cả p lẫn q đều sai, và đúng trong các trường hợp còn lại.